



JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU
XIX. ročník SEminára ZAujímavej Matematiky
pre 5. až 6. ročník ZŠ a prímu OG
SEZAMKO, Školský rok 2024/2025, 2. letná séria
Vzorové riešenia

Úloha č. 1 (opravovali Štefka Glevitzká a Linda Mičicová)

Na začiatok si zopakujme, čo nám vraví zadanie: Noviny sa skladajú z dvojhárkov, pričom každý dvojhárok obsahuje 4 číslované strany. Kapitán drží dvojhárok, na ktorom je ľavá strana očíslovaná číslom 8 a pravá strana číslom 61. Našou úlohou je spočítať, koľko dvojhárkov noviny obsahujú.

Začneme tým, že vieme, že noviny začínajú stranou číslo 1. Ak je na ľavej strane dvojhárku číslo 8, znamená to, že pred stranou 8 je ďalších $8 - 1 = 7$ strán. Podobný princíp platí aj pre stranu číslo 61 – od nej k poslednej strane je rovnako veľa strán ako od strany 8 k prvej strane. Po strane 61 tak je ďalších 7 strán. Takže celkový počet strán v novinách je $61 + 7 = 68$.

Keďže každý dvojhárok má 4 strany, na zistenie počtu dvojhárkov musíme celkový počet strán vydeliť štyrmi:

$$68 : 4 = 17$$

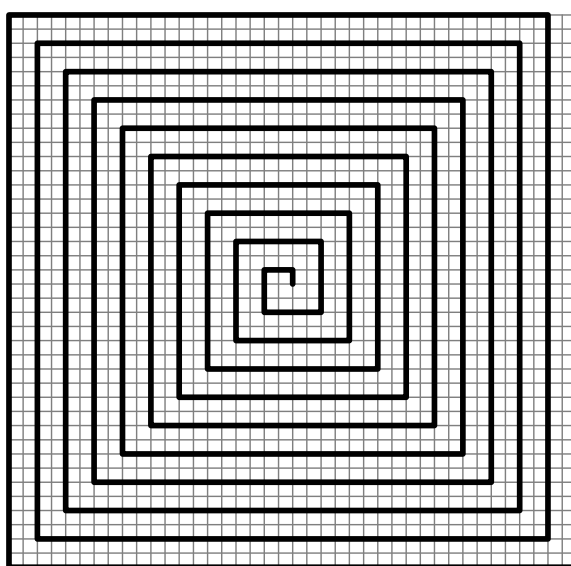
Teda noviny obsahujú 17 dvojhárkov.

Toto samozrejme nie je jediný správny postup riešenia. Veľa z vás si pomohlo napríklad schematickými obrázkami alebo tabuľkami, do ktorých ste si postupne napísali čísla na prvých štyroch dvojhárkoch. Vďaka tomu ste zistili, že strán je 68, a stačilo už iba predeliť štyrmi. Našlo sa aj niekoľko snaživcov, ktorí si zakreslili všetky dvojhárky alebo dokonca vyrobili celé noviny.

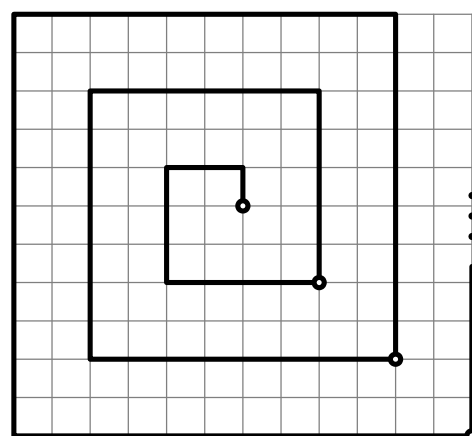
Úloha č. 2 (opravoval Peťo Novotný)

Na úvod priznávame, že v zadaní bola určitá nejednoznačnosť. Úloha sa dala pochopiť tak, že posledný pohyb bol po 40. písknutí, teda celkovo sa šaman hýbal 40-krát: postupne o 1, 2, ..., 40 metrov. Ale veta v zadaní „Po 40-tom písknutí zastavil.“ sa dá prirodzene pochopiť aj tak, že po 40. písknutí už posledný pohyb nerobil, a teda skončil 39 skokmi. Preto sme uznávali aj také aj také riešenia. Ďalej uvedieme riešenie pre prvú verziu pochopenia zadania.

Ak máme k dispozícii dostatočne veľký štvorčekový papier (alebo stačí aj celkom malý milimetrový papier), môžeme celú trasu, ktorú šaman prešiel, nakresliť. Z obrázka potom ľahko spočítame, že naspäť ku kopiji potrebuje prejsť 20 metrov na sever a 20 metrov na západ.



Ak máme k dispozícii len menší štvorčekový papier, môžeme si všimnúť, že po každých ďalších štyroch pohyboch sa šaman nachádza o 2 metre južnejšie a o 2 metre východnejšie. Je to tak preto, lebo zakaždým, keď ide šaman na sever, pri ďalšom ťahu na juh prejde o 2 metre viac, teda sa v severo-južnom smere vráti o toľko isto naspäť, a ešte k tomu pridá 2 metre. A to isté platí v západo-východnom smere. Keďže $40 = 4 \cdot 10$, takých „štvorťahov“ absolvuje šaman dokopy 10, teda na konci sa musí nachádzať o $2 \cdot 10 = 20$ metrov južnejšie aj východnejšie, ako je jeho štartovacia pozícia (a teda o toľkoto sa musí vrátiť naspäť na sever a západ).



Šaman potrebuje prejsť 20 metrov na sever a 20 metrov na západ.

Úloha č. 3 (opravoval Mojmír Majdiš)

K tomuto príkladu nám prišlo veľa rôznych riešení, ktoré smerovali k správne mu výsledku. Rôzne cifry ste odhalili ako prvé, rôzne ste si značili a používali informácie zo zadania. Toto vzorové riešenie preto ukazuje len jeden z mnohých prístupov.

O čísle 738 vieme, že ani jedna cifra sa v Krištofom čísle nenachádza. Pri čísle 789 sme však jednu cifru trafili. O sedmičke a osmičke vieme, že sa v Krištofom čísle nenachádzajú, preto to musí byť číslica 9. Keďže sme však netrafili pozíciu, tak vieme, že nie je poslednou cifrou.

Taktiež v čísle 296 sme netrafili pozíciu. A preto naisto vieme že v Krištofom čísle je deviatka prvou cifrou.

V čísle 682 sme trafili práve jednu cifru a dokonca na správnej pozícii. Šestka to byť nemôže, pretože o prvej cifre už vieme, že je to deviatka. Do budúcnosti si zapamätáme, že šestka v Krištofom čísle vôbec nie je. Ani osmička to byť nemôže, pretože o nej sme si už povedali, že v Krištofom čísle vôbec nie je (pri čísle 738). A teda správna musí byť dvojka na poslednej pozícii.

Ostáva nám už len zistiť prostrednú cifru. V čísle 614 sme trafili jednu číslicu, ale na nesprávnom mieste. O šestke si pamätáme, že v Krištofom čísle vôbec nie je. A teda to musí byť niektorá číslica z dvojice 1 a 4. Ak by to bola jednotka, tak by sme trafili správnu pozíciu. Vieme však, že to nie je pravda. Ostáva nám už teda len číslica 4.

Krištofovo číslo teda musí byť 942. Ľahko vieme overiť, že toto číslo spĺňa všetky podmienky zo zadania.

Krištofovo číslo je 942.

Úloha č. 4 (opravovala Ivka Jančígová)

Čísla v symbole sa nemôžu opakovať, a políček je sedem, takže najprv zistíme, ktorých sedem čísel z 1 až 9 sa v symbole nachádza. Každé z použitých čísel sa nachádza najviac v dvoch z troch čiarových súčinov. Ak by sa číslo 5 nachádzalo v dvoch súčinoch, tak tretí súčin by neobsahoval činiteľa 5 (lebo už je použitý), ani jeho násobok (lebo žiadny nemáme k dispozícii). Tretí súčin by teda bol iný ako prvé dva, a to nemôže byť. Rovnaká situácia je aj s číslom 7, takže čísla 5 a 7 nemôžu byť použité a ostáva nám práve sedem čísel (1, 2, 3, 4, 6, 8, 9), ktoré potrebujeme rozmiestniť do symbolu, pričom práve dve z nich budú v dvoch súčinoch.

Čiarový súčin (rovnaký na každej z troch čiar) musí byť násobkom každého použitého čísla. Najmenší možný čiarový súčin je 72, lebo to je najmenší spoločný násobok čísel 8 a 9 a všetky ostatné použité čísla sú jeho delitele. Ďalší spoločný násobok je 144, ale ten je už príliš veľký. Aj keby čísla 8, 2 a 9 boli na vodorovnej čiare, aby sme najväčšie čísla, 8 a 9, využili dvakrát, tak na zvislé čiary nám už neostali dostatočne veľké čísla na dosiahnutie súčinov 144.

Jediný možný súčin je teda 72. Dá zapísať ako $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Potrebujeme ho však zapísať ako súčin troch čísel, ktoré sú súčinnami týchto trojok, dvojok a jednotky. Buď budú oba činitele 3 spolu tvoriť jedno číslo, 9, alebo nie. Ak nie, tak potom musia byť v číslach 3 a 6, lebo čísla sa nemôžu opakovať. Preto dostávame práve tri možnosti:

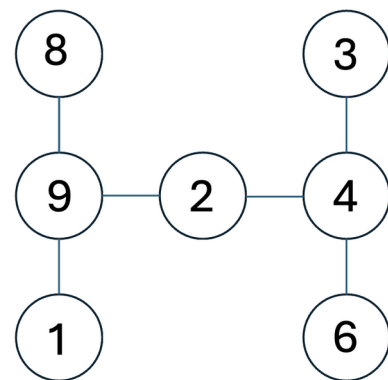
$$72 = 9 \cdot 8 \cdot 1$$

$$72 = 9 \cdot 4 \cdot 2$$

$$72 = 6 \cdot 3 \cdot 4$$

Vidíme, že sa v súčinoch opakujú práve dve čísla: 4 a 9, takže tieto budú na krajoch vodorovnej čiare. Z toho vyplýva, že na vodorovnej čiare máme buď $9 \cdot 2 \cdot 4$, alebo $4 \cdot 2 \cdot 9$. V oboch prípadoch musí byť v strede symbolu číslo 2.

Jedno možné rozmiestnenie čísel je na obrázku. Ďalších sedem možností dostaneme výmenami čísel na koncoch zvislých čiar a výmenou pravej a ľavej strany.



Z popísaného postupu priamo vyplýva, že v strede symbolu nemôže byť iné číslo ako 2. Viacerí z vás našli rozmiestnenie čísel inými spôsobmi (alebo skúšaním), ale niektorí nezdôvodnili, prečo v strede musí byť číslo 2. Táto otázka však tiež bola súčasťou zadania a teda aj hodnotenia.