



**JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU**  
**XXXVII. ročník SEminára ZAujímavej Matematiky**  
**pre 5. až 6. ročník ZŠ a prímu OG**  
**S E Z A M K O, Školský rok 2024/2025, 2. zimná séria**  
**Vzorové riešenia**

**Úloha č. 1** (opravovala Iva Jančígová)

**Možné riešenie:**

Plechovky si podľa farieb označíme písmenami: O = oranžová, M = modrá, F = fialová, Ž = žltá. Podľa obrázkov v zadaní vieme potom napísať vzťahy:

$$\text{Prvá váha: } O = M + F + \text{Ž}$$

$$\text{Druhá váha: } F = \text{Ž} + M$$

$$\text{Tretia váha: } O = M + M + M$$

Všimneme si, že prvá a tretia váha majú rovnakú ľavú stranu, preto sa musia rovnať aj ich pravé strany:

$$M + F + \text{Ž} = M + M + M$$

Na ľavej strane teraz namiesto fialovej plechovky (F) použijeme žltú a modrú (Ž + M) podľa druhej váhy. Dostávame teda vyváženú:

$$M + \text{Ž} + M + \text{Ž} = M + M + M$$

Tu vidíme, že dve modré a dve žlté plechovky vážia spolu toľko ako tri modré. Z oboch strán takejto váhy môžeme dve modré plechovky odobrať a váha ostane vyvážená, čiže jedna modrá plechovka váži toľko ako dve žlté plechovky.

**Iné riešenie:**

Iný spôsob, ako sa dopracovať k rovnakej odpovedi, je šikovne pozbierať všetky plechovky na jednu váhu. Na ľavú misku dáme z prvej, druhej a štvrtej váhy ľavú stranu a z tretej pravú stranu. Na pravú misku dáme z prvej, druhej a štvrtej váhy pravú stranu a z tretej ľavú stranu (otáznikom označíme hľadané plechovky na pravej strane štvrtej váhy):

$$M + F + \text{Ž} + \text{Ž} + M + O + M = O + F + M + M + M + ?$$

Keďže boli všetky váhy vyvážené, aj táto pozbieraná bude. Z oboch strán môžeme potom odobrať  $O + F + M + M + M$  a ostane nám  $\text{Ž} + \text{Ž} = ?$ , čiže štvrtá váha sa dá vyvážiť dvoma žltými plechovkami na pravej miske.

**Poslednú váhu vyvážíme dvoma žltými plechovkami.**

*Poznámka:*

*Štvrtú váhu by bolo možné vyvážiť aj tak, že by sme na jej pravú misku položili modrú plechovku. Ospravedlňujeme sa za nepresnosť v zadaní: nepripomenuli sme, že takúto odpoveď nehľadáme. Je úplne v poriadku (ba dokonca chvályhodné!), ak ste ju spomenuli, pretože ako vždy prízvukujeme, v matematických úlohách hľadáme všetky riešenia. Ak ste však uviedli iba možnosť  $M = M$ , považujeme riešenie za neúplné. (Keby bola úloha myslená takto, zadanie by ani nemuselo obsahovať prvé tri váhy.)*

**Úloha č. 2 (opravovali Linda Mičicová a Denisa Múthová)**

Kapitán Krištof dostal od obyvateľov 21 kartičiek (viď obrázok), kde mu zanechali odkaz. Našou úlohou je pomôcť mu ho rozlúštiť. V tejto úlohe si všimnime, že kartičky obsahujú písmená a čísla. Písmená tvoria odkaz. Pozrime sa na čísla: ak ich zoradíme vzostupne, teda od najmenšieho (čo je -148) po najväčšie (čo je 152), získame text. Text má tvar PLÁVAJTESMEROMNAZÁPAD.

**Po rozdelení slov veta jasne hovorí: „Plávajte smerom na západ“, čo je riešenie úlohy.**

T	V	Z	A	Á	Á	E	P	R	S	M
-58	-100	83	-97	-115	108	-1	111	16	-32	40

M	N	O	P	E	J	L	D	A	A
-22	63	35	-148	-54	-84	-139	152	130	75

### Úloha č. 3 (opravovala Betka Bohiniková)

Zo zadania vieme, že Krištof si nakreslil dva trojuholníky, z ktorých jeden je ostrouhlý. Vieme tiež, že štyri zo šiestich vnútorných uhlov majú nasledujúce veľkosti:  $120^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $10^\circ$ .

Zhrňme si poznatky, ktoré vieme pri riešení použiť:

1. Súčet vnútorných uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$ .
2. Ostrouhlý trojuholník má všetky vnútorné uhly menšie ako  $90^\circ$ .

Nazvime si ostrouhlý trojuholník A, a ten druhý B. Na základe poznatku 2 vieme, že uhol  $120^\circ$  musí byť v trojuholníku B, a na základe poznatku 1 vieme, že uhol  $80^\circ$  by už bol príliš veľký pre trojuholník B, a teda musí byť v trojuholníku A. Následne uhol  $10^\circ$  musí byť v trojuholníku B. Ak by bol totiž v trojuholníku A, bol by A pravouhlý a nie ostrouhlý.

Následne už stačí iba dopočítať zvyšné uhly. V trojuholníku B musia byť uhly  $120^\circ$  a  $10^\circ$ , tým pádom posledný uhol kvôli poznatku 1 musí byť  $50^\circ$ . V trojuholníku A (ostrouhlom) musia byť uhly  $80^\circ$  a  $55^\circ$ , a dopočítaním zistíme, že tretí uhol je  $45^\circ$ .

**V prvom trojuholníku máme teda uhly  $120^\circ$ ,  $50^\circ$  a  $10^\circ$  a v druhom trojuholníku uhly  $80^\circ$ ,  $55^\circ$  a  $45^\circ$ .**

#### Úloha č. 4 (opravoval Mojmír Majdiš)

Podľa zadania bolo v každej skupine rovnako veľa misiek, teda  $9 : 3 = 3$ . Pozrime sa teraz na počty orechov v jednotlivých skupinách. V tretej skupine bolo toľko orechov, ako v prvej a druhej skupine dokopy. To znamená, že v 3. skupine bola polovica všetkých orechov. Dokopy máme 78 orechov. Polovica je 39. Zvyšných 39 musíme rozdeliť medzi prvé dve skupiny v pomere 1:2. A teda v prvej skupine je 13 a v druhej 26 orechov.

Teraz musíme priradiť misky do skupín, aby nám sedeli predchádzajúce počty. Začneme prvou skupinou. Čísla 19, 17, 13 a 11 sú príliš veľké, aby sme s nimi vyskladali číslo 13. Musíme použiť číslo 7, pretože bez neho dostaneme najviac  $5 + 3 + 2 = 10$ . Zo zvyšných dvoch misiek musíme vyskladať číslo 6 ( $13 - 7 = 6$ ). To ide jediným spôsobom  $5 + 1 = 6$ . **V prvej skupine teda máme misky s 1, 5 a 7 orechmi.**

V druhej skupine musíme získať súčet 26. Taký súčet nevieme vyskladať z troch nepárnych čísel (rozmyslite si prečo). Musíme teda v tejto skupine mať jedno párne a dve nepárne čísla. Jediné párne číslo, ktoré máme k dispozícii je 2. A teda zo zvyšných dvoch misiek musíme vyskladať  $26 - 2 = 24$ . A to ide iba jediným spôsobom  $11 + 13 = 24$ . **V druhej skupine teda máme misky s 2, 11 a 13 orechmi.**

**V tretej skupine nám teda ostávajú misky s 3, 17 a 19 orechmi.**