JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU
XXXVII. ročník SEminára ZAujímavej Matematiky
pre 5. až 6. ročník ZŠ a prímu OG

S E Z A M K O, Školský rok 2023/2024, 2. letná séria
Vzorové riešenia

Úloha č. 1 *(opravoval Hynek Bachratý)*

Máša aj Medveď nakupovali mak spolu 15 dní. Najjednoduchšie si ich nákupy zapíšeme do tabuľky:

Nákup	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Máša	**1**	**2**	**4**	**8**	**16**	**32**	**64**	**128**	**256**	**512**	**1024**	**2048**	**4096**	**8192**	**16384**
Medveď	**100**	**200**	**300**	**400**	**500**	**600**	**700**	**800**	**900**	**1000**	**1100**	**1200**	**1300**	**1400**	**1500**

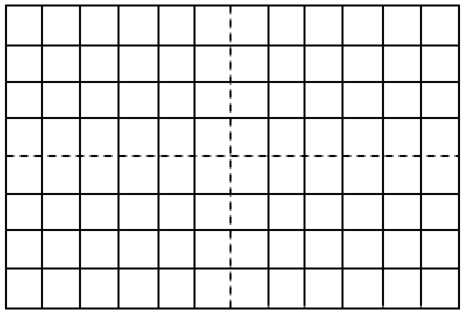
Vidíme, koľko zrniek maku každý z nich v jednotlivé dni nakúpil a ako sa počet zrniek postupne zväčšoval. Aj keď prvé dva dni Máša kúpila len stotinu toho, čo Medveď, ku konci ho už poriadne predbehla.

Otázka na vás bola, koľko maku do koláča každý z nich nakúpil, a teda čísla v tabuľke bolo ešte treba spočítať. To sa dalo určite ručne, na kalkulačke alebo v počítači. Ak ste sa pri tom nepomýlili, vyšlo vám **pre Mášu 32 767 a pre Medveďa 12 000 zrniek maku**, čo je správne riešenie úlohy. Vidíme, že aj v súčte Máša napriek pomalému začiatku nakúpila skoro trikrát viac ako Medveď.

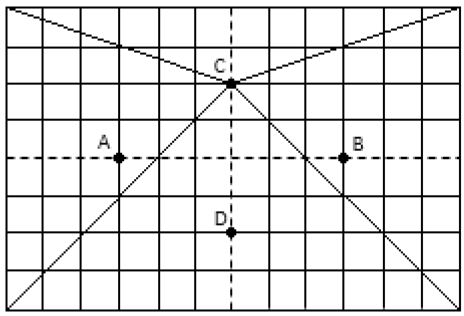
Niektorí z vás pre sčítanie čísel v tabuľke našli zaujímavé finty, ktoré im zľahčili prácu a pomohli vyhnúť sa chybe. Ostatným tu preto dáme dve malé rady, skúste, či tiež dostanete správny nápad. Pre Mášu začnite sčítavať zrnká maku postupne po jednotlivých dňoch, a pri každom medzivýsledku sa pozrite, či sa náhodou nepodobá na Mášin nákup v nasledujúci deň. Pre Medveďa je zase zaujímavé pozrieť sa, koľko kúpil spolu prvý a posledný deň, potom koľko kúpil spolu druhý a predposledný deň atď. Na čo ste prišli?

Úloha č. 2 (*opravovali Miro a Lenka Hudecovci)*

Začnime tým, že skúsime zistiť plochy jednotlivých záhrad. Štastko má najmenšiu, označme ju Š. Babroš (B) má 2-krát takú veľkú, takže 2Š. Mudroš (M) rovnakú ako B, takže tiež 2Š. A Chrabroš (Ch) 3-krát väčšiu ako Š, takže 3Š. Dokopy je to Š + 2Š + 2Š + 3Š = 8Š = 96 dm^2. To nám dá Š = 12 dm^2, B = M = 24 dm^2 a Ch = 36 dm^2.



Obsah trojuholníka vypočítame ako základňa · výška : 2. Keďže protiľahlé strany obdĺžnika sú rovnako dlhé, ak by sme dali kôl do stredu medzi nimi (niekde na čiarkovanú čiaru), tak by sme možno získali 2 rovnaké záhrady pre M a B. S istotou to nevieme povedať preto, lebo musíme overiť, že budú mať takú plochu, ako sme zistili, že by mali mať, čiže 24 dm^2. Ak je kôl hocikde na vodorovnej čiarkovanej čiare, získame trojuholník s obsahom 12 · 4 : 2 = 24 dm^2. Ak je kôl hocikde na zvislej čiarkovanej čiare, máme trojuholník s obsahom 8 · 6 : 2 = 24 dm^2. Takže kôl by naozaj mohol byť hocikde na čiarkovanej čiare a mali by sme záhradky pre dvoch Šmolkov.



Záhradky Š a Ch budú tiež ležať oproti sebe, takže budú mať rovnako dlhé základne. Ak má byť Ch 3-krát väčšia ako Š, tak jej výška musí byť tiež 3-krát dlhšia**. Takže buď 12 dm rozdelíme na 9 dm a 3 dm (body A a B) alebo 8 dm na 6 dm a 2 dm (body C a D).** Vidíme, že je viacero možností, kde môže byť kôl zapichnutý tak, aby sme splnili podmienky zadania.

Úloha č. 3 (*opravoval Mojmír Madiš)*

Názov knihy je spredu aj odzadu rovnaký. To znamená, že prvé a posledné písmeno musia byť rovnaké. Takisto druhé a štvrté písmeno musia byť rovnaké. Takže nám vlastne na celý názov stačia určiť prvé 3 písmená.

Keďže sa musia striedať samohlásky a spoluhlásky, tak prvé tri písmená môžu byť radené dvomi spôsobmi:

1. Samohláska, spoluhláska, samohláska. Ak je spoluhláska **K** tak môžeme využiť ktorékoľvek samohlásky na prvú a tretiu pozíciu. To je dokopy $5 \cdot 5 = 25$ možností. Ak je spoluhláska **M**, tak nemôžeme využiť samohlásku **A**. A teda máme len $4 \cdot 4 = 16$ možností.
2. Spoluhláska, samohláska, spoluhláska. Ak sú obe spoluhlásky **K** (**K_K**), tak môžeme využiť všetkých 5 samohlások. To je 5 možností. V ostatných kombináciách (**K_M**, **M_K**, **M_M**) nemôžeme využiť **A**, preto máme $3 \cdot 4 = 12$ možností.

Teraz nám už len stačí spočítať všetky možnosti. **Spolu máme 25 + 16 + 5 + 12 = 58 možností**.

Úloha č. 4 (**opravovala Števka Glevitzká**)

Možných spôsobov riešenia bolo neúrekom. Ukážeme si viacero z nich.

1. spôsob: Spočítame si, koľko hviezdičiek je na zemi z jednotlivých farieb – 7 žltých, 7 zelených, 9 modrých a 7 červených. Ďalej si tiež zrátame, koľko hviezdičiek týchto farieb bolo vo všetkých baleniach dokopy – 10 žltých, 8 zelených, 9 modrých a 9 červených. Tieto čísla znamenajú aj to, koľko by bolo hviezdičiek na zemi, keby použijeme všetkých 6 balení. Preto hviezdičky, ktoré na zemi chýbajú, sú práve tie z nepoužitého balenia.

	na zemi	v baleniach spolu	nepoužité
	7	10	10 – 7 = 3
	7	8	8 – 7 = 1
	9	9	9 – 9 = 0
	7	9	9 – 7 = 2

Na zemi chýbajú 3 žlté, 2 červené a 1 zelená hviezdička (a žiadna modrá), čomu zodpovedá jedine balenie C. **Preto nebolo použité balenie C**.

Iné spôsoby:

2. *Viacero z vás si zrátalo najskôr len modré hviezdičky. Zistili ste tak, že všetky balenia obsahujúce modré hviezdičky museli byť použité – a to konkrétne A, B, D a E. Takže treba rozhodnúť iba medzi C a F. Na to ste si spočítali buď žlté alebo červené hviezdičky (zelené by nepomohli) a zistili, že balenie F muselo byť použité. Časť z vás si potom ešte pre istotu spravila skúšku správnosti, či sedia aj ostatné farby.*
3. *Iní z vás si zas odskúšali všetky možnosti. Postupne ste prešli všetky balenia, pozreli sa, ako by vyzerala zem, keby práve vybrané balenie nebolo použité, a vybrali tú možnosť, ktorá sa zhodovala s obrázkom.*

Vyskytlo sa ešte niekoľko ďalších spôsobov. Niektorí ste sa dokonca pozerali na to, či je počet hviezdičiek párny alebo nie. Tak či onak, všetci ste sa nakoniec dopracovali k správnemu výsledku. Gratulujeme!