

S E Z A M , Školský rok 2016/2017, 1. zimná séria



Pán Ian Fogg býval na ulici Seville Row vo štvrti Burlington v Londýne. Bol to vážený a rešpektovaný matematik, ktorý vo svojom voľnom čase rád podnikal archeologické výpravy do najvzdialenejších kútov Zeme. Len pred nedávnom sa vrátil z Peru, kde sa podieľal na vykopávkach veľmi dobre zachovaného Mayského chrámu. Dva mesiace spania v stane však dokážu anglického džentlmena zničiť a tak si teraz užíval pohodlie svojho domova. Hodiny práve odbíjali päť a tak, ako každý deň v tomto čase, sadol si k svojej obľúbenej šálke Oulungu a uhorkovým sendvičom.

Jeho nový tajomník, mladý Francúz bažiaci po dobrodružstve, Jean Passepartou mu práve podával noviny, keď do knižnice vbehla Brianna Scottová. Zadychčaná, v obrhaných zašpinených šatách a s ryšavými vlasmi vlajúcimi na všetky strany, vyzerala akoby práve unikla smrti. Nič však nevysvetľovala. Povedala len: „Majú tabuľku. Parník Ormonde odchádza z prístavu o deviatej večer. Všetko vysvetlím potom. Musíme sa ponáhľať.“ Viac povedať nemusela a o necelú hodinu sedeli Ian, Jean a Brianna v koči so všetkými vecami, ktoré snáď budú potrebovať na ceste do neznáma. Dúfali, že sa im podarí nejakým spôsobom dostať sa na loď.

Cestou do prístavu Brianna objasnila aspoň toľko, že včera večer jej ukradli tabuľku, ktorej úlomky našli v Peru. Jedinú stopu, ktorú zanechali, bol útržok novin s odchodmi Ormonda. Prvou úlohou bolo získať lístky na tento zámorský parník a dúfať, že sa na ňom zlodeji nachádzajú. Mali ešte dobré dve hodiny pred vyplávaním Ormonda, keď im oznámili, že lístky sú už vypredané. Brianna však nestrácala nádej a rozhodla sa ísť priamo za kapitánom. Bol to postarší námorník a príliš sa mu nepozdávala predstava ďalších pasažierov, no Brianna bola veľmi tvrdohlavá, a tak navela kapitán súhlasil, že ak mu pomôže vyriešiť úlohu, ktorú dostal od Madagaskarského kráľa, dovolí im plaviť sa s ním.

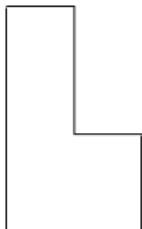
Kráľ Madagaskaru mal veľmi rád čísla a taktiež svoju jediná dcéru. Preto, keď prišiel čas a princezná sa mala vydávať, dal vyhlásiť, že za ženu si ju môže vziať len ten, kto splní jeho úlohu. Kapitánovmu synovi sa to však nepodarilo, a tak bol teraz uväznený. Jediný spôsob, ako ho dostať z väzenia, bolo správne vyriešiť kráľovu hádanku. Teda aspoň v to dúfal kapitán.



1. úloha: Najobľúbenejším kráľovým číslom bolo číslo 2345678923456789. Jeho ciferný súčet je 88. Každý kto sa uchádzal o ruku princeznej v ňom musel škrtnúť niekoľko číslic tak, aby mu zostalo čo najväčšie možné číslo s ciferným súčtom 44. Pomôžte Brianne nájsť takéto číslo a nalodiť sa!.

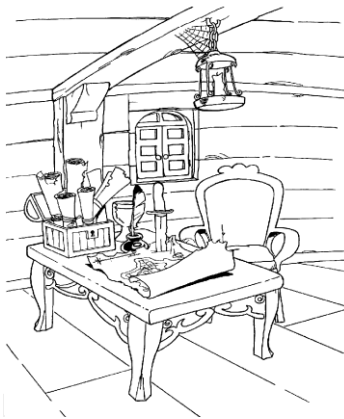
Zistite, aké najväčšie možné číslo s ciferným súčtom 44 vieme dostať škrtnutím číslic v čísle 2345678923456789. Svoj výsledok nezabudnite odôvodniť.

Brianna túto úlohu veľmi rýchlo vyriešila a kapitán bol šťastím bez seba. Parník sa pôvodne mal plaviť cez Suezský prieliv a potom pokračovať cez Srí Lanku až do Austrálie. Keďže hádanka bola vyriešená, mal jedinečnú šancu získať svojho syna späť. Preto sa rozhodli cestu si predĺžiť a miesto na Srí Lanku zamieriť na Madagaskar. Naším dobrodruhom teda zostávalo veľa času na vypátranie zlodejov. Ako ich však odhaliť? Budú medzi bežnými pasažiermi? Alebo sa skrývajú niekde v podpalubí v nákladnej časti lode? Zatiaľ si rozdelili zoznam pasažierov a snažili sa ku každému menu priradiť tvár a nejaké informácie o dôvode ich plavby. Pasažierov bolo veľa, a tak sa ani nenazdali a už boli na Madagaskare. Kapitán sa vybral za kráľom plný nádeje. Pre istotu si však vzal Briannu a Iana so sebou, ak by náhodou zabudol riešenie úlohy. Bol to veľmi dobrý nápad, keďže kráľ zadal ešte jednu úlohu, ktorú museli vyriešiť, ak si chceli mladého Frasera odviesť z väzenia.



2. úloha: Kráľ pred nich položil útvar v tvare L, ktorého (nie presný) náčrt vidíte na obrázku. Všetky uhly mal pravé. Ich úlohou bolo nakresliť priamku, ktorá by rozdelila útvar na dve časti s rovnakou plochou. Na splnenie úlohy mohli použiť iba ceruzku a dlhé rovné pravítko, na ktorom neboli nakreslené žiadne značky. Vedeli by ste Brianne, Ianovi a kapitánovi poradiť?

Akým spôsobom sa dá útvar na obrázku rozdeliť jednou rovnou čiarou na dve rovnako veľké časti, iba s použitím ceruzky a neoznačeného rovného pravítka? Svoj postup poriadne vysvetlite.



Zatiaľ čo všetci pasažieri s radosťou privítali možnosť poprechádzať sa po pevnine, Jean ostal na parníku. Po dohode s Briannou a Ianom sa zhodli, že je to jedinečná príležitosť prehladať kajuty. Predpokladali, že nebude veľa ľudí, čo by sa prevážalo so starobylými úloškami popísanými mayským písmom.

3. úloha: Jean začal prehladávať od najvrchnejšej paluby a aby sa pri hľadaní nenudil, vynásobil čísla 999×198 a zapísal si ciferný súčet výsledku. Potom vynásobil čísla 9999×198 a opäť si zapísal ciferný súčet výsledku. Veľmi sa mu to zapáčilo a pokračoval v tom, až kým sa nedostal k číslu $999 \dots 999 \times 198$, pričom v čísle $999 \dots 999$ bolo dokopy za sebou napísaných tisíc deviatok. Aký ciferný súčet Jean dostal?

Zistite aký ciferný súčet má výsledok súčinu čísel $999 \dots 999 \times 198$, keď viete, že číslo $999 \dots 999$ má za sebou napísaných tisíc deviatok. Svoj výsledok nezabudnite odôvodniť.

Prehladávanie bolo nekonečné a neprinášalo žiadne výsledky, no Jean sa aspoň radoval z pekných ciferných súčtov, ktoré mu vychádzali. Nezostávalo mu už veľa času do západu slnka, kedy sa mali všetci vrátiť naspäť na loď. Rozhodol sa tak radšej ukončiť hľadanie, než by ho mal niekto nájsť pri tejto podozrivej činnosti. Vydal sa naproti svojim spoločníkom. Celkom ho prekvapilo, keď sa vrátil len Ian. Ten mu vysvetlil, že Brianna sa veľmi zapáčil ostrov a rozhodla sa ho trochu preskúmať, kým budú ráno pokračovať v ceste.

4. úloha: Obyvatelia Madagaskaru sa delia na severanov a južanov podľa toho, na ktorej časti ostrova sa narodili. Delia sa taktiež podľa farby vlasov, a to na červenovlasých a hnedovlasých. Po tme sa však tieto farby vlasov nedajú rozlíšiť. Evolúcia na ostrove dopadla pritom tak, že červenovlasí severania sú poctivci a vždy hovoria pravdu, a hnedovlasí severania sú klamári a vždy klamú. Na južnej časti ostrova sú opačné podmienky, a preto červenovlasí južania sú klamári a vždy klamú a hnedovlasí južania sú poctivci a vždy hovoria pravdu. Počas prvej noci na ostrove Brianna stretla jedného domorodca a spýtala sa ho, či je hnedovlasý. Odpovedal jej „áno“, čo si však potme nemala ako overiť. Potom sa ho spýtala, z akej časti ostrova pochádza. „Na to vám neodpoviem,“ povedal a odišiel. **Čo viete z tohto rozhovoru zistiť o domorodcovi? Svoje tvrdenie zdôvodnite.**



Na vaše riešenia sa spolu s Briannou, Ianom a Jeanom tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.

Riešenia, napísané na samostatných a podpísaných papieroch (spolu s obálkou veľkosti A5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená známka 0,60 €, pozri si pokyny), posielajte najneskôr do 10. októbra 2016 na adresu:

Peter Novotný
KMANM FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

a do rohu obálky pripíšte SEZAM.

*Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte *.doc, *.jpg alebo *.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme nájsť správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.*