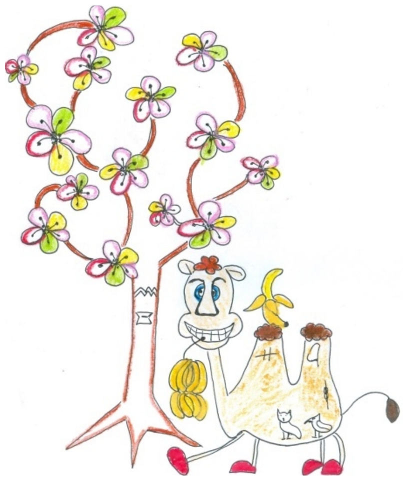
JSMF Žilina, Fakulta Riadenia a Informatiky ŽU, Gymn. Veľká okružná Žilina
SEminár ZAujímavej Matematiky pre 5. až 9. ročník ZŠ a prímu až kvartu OG

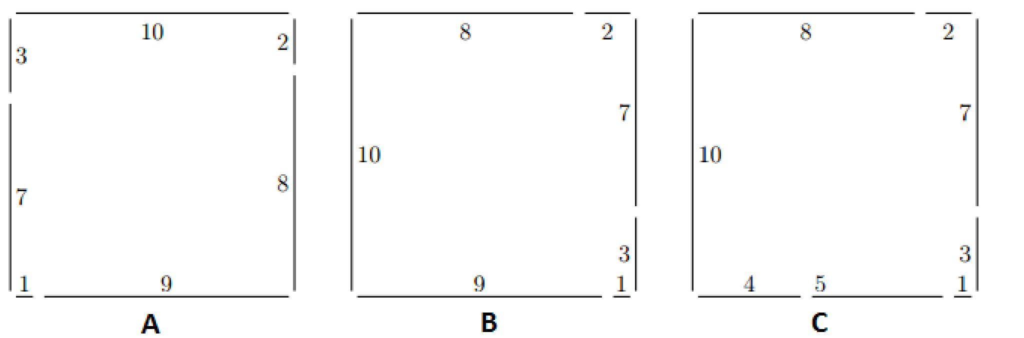
S E Z A M , Školský rok 2015/2016, 3. letná séria



Ahojte kamaráti!
Leto už je za dverami, čerešne a banány kvitnú o sto šesť, ťavy sa tešia na turistov, a všetci Egypťania sa pripravujú na oslavy spojené s každoročnými záplavami Nílu. Naši kamaráti, egyptská rodinka, sa tiež pripravujú na leto. Naika a Rudolfus upratujú dom, Ebonika zháňa nové sandále pre celú rodinu, a Horus bol v kráľovskej knižnici pozrieť nejaké zaujímavé zvitky o starostlivosti o domáce zvieratá.

1. úloha (pre 5.,6.,príma): Ebonika na dva kúsky papyrusu napísala to isté 5-ciferné číslo. Jeden z nich dala Naike a druhý dala Rudolfusovi. Obaja sa dohodli, že na kraj toho čísla dopíšu jednotku. Ale nedoholi sa, na ktorý kraj – Naika dopísala jednotku na začiatok čísla, a Rudolfus dopísal jednotku na koniec svojho čísla. Ebonika potom oba kúsky papyrusu porovnala, a zistila, že Rudolfusovo číslo je trojnásobok Naikinho čísla. Vedeli by ste z toho zistiť, čo za číslo bolo na kúskoch papyrusu napísané na začiatku?
Nájdite také 5-ciferné číslo ***, že keď na jeho začiatok pridáme jednotku, a potom ho vynásobíme troma, dostaneme pôvodné 5-ciferné číslo s doplnenou jednotkou na konci: 3x1***** = *****1. Svoje riešenie poriadne vysvetlite.**

2. úloha (pre 5.,6.,7.,príma, sekunda): Rudolfus mal 10 rôzne dlhých slamiek s dĺžkou 1 cm, 2 cm, 3 cm až 10 cm. Hral sa s nimi tak, že z nich skladal štvorce. Na poskladanie jedného štvorca možno použiť vždy len celé slamky (nemôže ich skracovať), ale netreba ich použiť všetky. Dva štvorce sú rôzne vtedy, keď majú aspoň jednu stranu zloženú z rôznych slamiek. Príklad takých štvorcov môžete vidieť na obrázku nižšie. Štvorce A a B na obrázku sú rovnaké – ich strany sú zložené zo slamiek 10, 2+8, 1+9 a 3+7, na ich poradí nezáleží. Štvorec C sa od A a B líši stranou, ktorá je zložená zo slamiek 4+5+1. Štvorec C je teda iný ako štvorce A a B.



Keď Rudolfus postavil všetky rôzne štvorce, slamku s dĺžkou 10 cm si odložil, aby mal s čím piť kokosové mlieko, a ostatných deväť slamiek požičal Naike. Tá sa s nimi potom hrala podobne ako Rudolfus s desiatimi slamkami.
Koľko rôznych štvorcov vie Naika poskladať zo svojich slamiek s dĺžkami 1cm až 9 cm? Štvorce môžu byť rôzne veľké, nemusia mať nutne stranu dĺžky 9 cm. Dva štvorce sú rôzne vtedy, keď majú aspoň jednu stranu zloženú z rôznych slamiek. Vysvetlite postup, ako ste na svoje riešenie prišli.

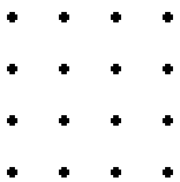
3. úloha (pre všetky ročníky): Ebonika sa nedávno opäť stretla s príslušníkmi dvoch púštnych kmeňov, priateľských Anorégov a menej príjemných Nieduínov. Podľa vzhľadu sa nedajú rozlíšiť a ťažko sa s nimi aj rozpráva, pretože pri rozhovore len kladú otázky. Otázky Anorégov ale majú vždy správnu odpoveď „áno“ a otázky Nieduínov majú vždy správnu odpoveď „nie“.

Na farmárskom trhu blízko Asuánu chcela Ebonika od manželov Ahmet a Isis kúpiť nové sandále pre celú rodinu. Než začala dohadovať obchod, počula, ako sa Ahmet pýta Isis: „Drahá, patríme obaja do toho istého kmeňa?“ Hneď začala rozmýšľať...

Do akého kmeňa patrí Ahmet a do akého Isisi? S kým bude lepšie dohadovať obchod? Aká je správna odpoveď na Ahmetovu otázku? Nezabudnite svoju odpoveď poriadne vysvetliť.

4. úloha (pre všetky ročníky): Naika s Rudolfusom našli na povale domu dve hracie kocky. Naika ich vzala a hádzala s nimi dovtedy, kým na nich nepa súčet 7. Potom ich dala Rudolfusovi, a ten s nimi takisto hádzal až dovtedy, kým nepadol súčet 7. Napríklad ak Naika nahádzala postupne 1a2, 3a5, 4a1, 3a4, tak urobila štyri hody, a potom dala kocky Rudolfusovi. Takto sa striedali, až kým ich Horus nezavolal na večeru. Pri nej stále rozmýšľali a spomínali, na koľký krát im súčet 7 padal a ako často.
Vedeli by ste zistiť, na koľký krát padne súčet 7 najčastejšie, ak hádžeme dvoma kockami? Nezabudnite svoje riešenie poriadne zdôvodniť. (Ak neviete ako začať, zoberte kocky a skúšajte podobne ako deti.)

5. úloha (pre 7.,8.,9.,sekunda,tercia,kvarta): V palmovom sade v kráľovskej záhrade bolo v jednom rohu vysadených 16 datľovníkov v štvorcovej sieti tak, ako to vidíte na obrázku. Pavúk Maher, ktorý žil v záhrade, si medzi palmami vybral 10, označil ich písmenami ako body A,B,C,D,E,F,G,H,I a J a natiahol medzi nimi, v tomto poradí, 9 pavučinových vláken. Urobil to tak, aby dĺžky pavučín medzi bodmi postupne narastali. Teda pavučina medzi bodmi AB je kratšia ako medzi bodmi BC, tá je kratšia ako medzi bodmi CD atď. Postupne sa dĺžka pavučiny medzi bodmi predlžuje, a pavučina medzi bodmi IJ je najdlhšia zo všetkých. **Vedeli by ste zistiť, koľkými spôsobmi si pavúk Maher vie takto vybrať desať spomedzi šestnástich paliem? Zistite, koľkými spôsobmi vieme označiť 10 bodov písmenami A až J tak, aby dĺžky úsečiek postupne rástli od AB, BC, ... IJ: $|AB|<|BC|< \ldots <|IJ|$. Svoje riešenie poriadne vysvetlite.**



6. úloha (pre 8.,9.,tercia,kvarta): Horus raz v kráľovskej knižnici našiel zaujímavý zvitok, v ktorom sa písalo o prvočíslach. Bolo tam napísané, že ak sú čísla p aj p + 2 obe prvočísla, hovoríme im prvočíselné dvojičky. Takýchto prvočíselných dvojičiek existuje neúrekom, napr. 17 a 19. Ak sú prvočíslami čísla p, p + 2, aj p + 4, tak ich voláme prvočíselné trojičky. Ďalej sa už Horus nedočítal, lebo sa musel ponáhľať domov. Ale po ceste rozmýšľal, či aj prvočíselných trojičiek je neúrekom. No nech sa snažil ako chcel, našiel iba jednu. Čo si o tom myslíte vy? Naozaj ich nie je viacej?

Vedeli by ste dokázať, že existuje jediná prvočíselná trojička, teda jediné číslo p také, že čísla p, p + 2, p + 4 sú prvočísla? Nezabudnite poriadne vysvetliť svoje riešenie.

Na vaše riešenia sa spolu s Naikou, Rudolfusom, Ebonikou a Horusom tešíme aj my, opravovatelia a organizátori korešpondenčného seminára SEZAM. Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.
Riešenia, napísané na samostatných a podpísaných papieroch (spolu s obálkou veľkosti A5, na ktorej bude napísaná vaša spätná adresa a nalepená **známka** 0,60 €), posielajte najneskôr do **23. mája 2016** na adresu:

Hynek Bachratý
Fakulta riadenia a informatiky
Žilinská univerzita
Ulica Univerzitná 1
010 26 Žilina

a do rohu obálky pripíšte SEZAM.
*Pokiaľ máte vážny problém s posielaním papierovej pošty, riešenia vo formáte *.doc, *.jpg alebo *.pdf posielajte e-mailom na adresu sezam@sezam.sk. Aj v nich ale potrebujeme nájsť správne vyplnenú hlavičku a jasne oddelené a označené riešenia jednotlivých úloh.*