

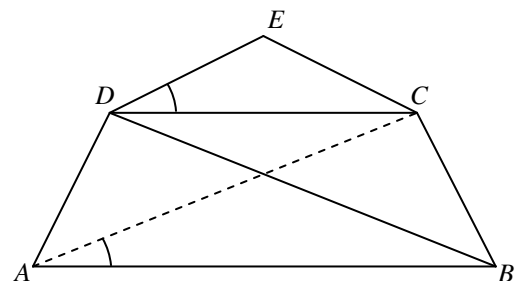
S E Z A M , Školský rok 2009/2010, 3. letná séria

Príbeh Olivera a strašidla, ktorého svedkami a sprievodcami sme boli, sa pomaly blíži ku koncu. Určite ste nezabudli na to, že v minulej sérii spoločne nastrašili svojho bratranca Jupitera. Keď sa Jupiter upokojil, obratom ruky sa z neho stal veľký bádateľ. Vytiahol zo školského batoha dve čelové lampy a chlapci si ich hneď nasadili. Spoločne sa vybrali prebádať zákutia jaskyne, do ktorých veľa slnečných lúčov nezablúdi. Strašidlo si zatiaľ chystalo veci na strašenie.



Po dlhšej chvíli prišli k bludisku, v ktorom by sa niektorí z nás určite cítili stiesnene. Bludisko bolo vytvorené viacerými ľadovými chodbičkami. Jupiter však vybral z batoha meter a kompas, pomocou ktorých sa dalo v jaskyni orientovať. Chlapci sa začali plaziť chodbičkami. Netrvalo dlho a boli zasa pri batohoch, ktoré si nechali odložené pred jednou z chodbičiek.

1. úloha: Jupiter vytiahol z vrečka nohavíc papier a pero a začal kresliť plán bludiska. Oliver mu hovoril všetko, čo si pamätal. Nakoniec sa im podarilo nakresliť to, čo vidíte na obrázku. Podľa meraní buzolou a metrom tvorili štyri z chodbičiek rovnoramenný lichobežník (na obrázku lichobežník $ABCD$). Ďalšie dve chodbičky tvorili nad chodbičkou (základňou) DC rovnoramenný trojuholník DCE , pričom chodbička CE bola rovnobežná s chodbičkou DB . Oliver s Jupiterom sa rozhodli, že do bludiska pridajú aj chodbičku AC , ktorá tam zatiaľ nebola.



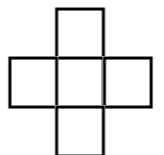
Aby sa však trafili presne do vrcholu C , musia ísť pod správnym uhlom. Oliver tvrdil, že im stačí hľbiť pod uhlom EDC . Má pravdu?

Zistite, či sú uhly CAB a EDC vyznačené na obrázku rovnaké. Svoje tvrdenie nezabudnite podrobne vysvetliť. (Uhly na obrázku sa vám neoplatí merať, obrázok je len približný.)

Chlapci vyhlíbili asi dva metre, keď našli v ľade zamrznutú kovanú truhlicu. Plní očakávania do nej nazreli. Truhlica, ktorú otvorili, neskrývala poklad. Ukrývala však zvláštnu drevenú šachovnicu a kartičku v tvare kríža. Okrem toho ukrývala v sebe aj strašidelného ducha, ktorý sa chlapcom hneď ukázal. A nemal veru s Oliverom a Jupiterom dobré úmysly. Strašidlo, ktoré zacítilo, že Oliver je v nebezpečenstve, rýchlo priletelo. Keďže sa o tomto duchovi učilo v strašidelnej škole, vedelo, ako si s ním poradiť. Zašepkalo Oliverovi, že duch sa vráti do truhlice vtedy, keď chlapci umiestnia kartičku na správne miesto v šachovnici.



2. úloha: Šachovnica bola štvorcového tvaru s rozmermi 15×15 štvorčekov, pričom v políčkach boli za sebou napísané čísla od 1 až po 225. V každom políčku bolo napísané práve jedno číslo. V prvom riadku boli v rade zľava doprava napísané čísla od 1 po 15, v druhom čísla od 16 do 30, atď., až v poslednom riadku boli napísané čísla od 211 po 225. Kartička sa skladala z piatich štvorčekov a mala tvar, ktorý vidíte na obrázku. Duch sa vráti späť do truhlice, keď chlapci kartičkou umiestnenou na šachovnicu zakryjú takých päť štvorčekov, že súčet na nich zakrytých piatich čísel bude druhou mocninou prirodzeného čísla. (Druhá mocnina je napríklad číslo 36, lebo sa dá napísať ako súčin dvoch rovnakých čísel, $36=6 \times 6$.) Jedine tak dosiahnu zmiznutie ducha. Dá sa takto kartička na šachovnicu umiestniť?



Nájdite všetky možné polohy kartičky, pri ktorých je súčet zakrytých piatich čísel druhou mocninou. Nezabudnite podrobne vysvetliť, že vám žiadna poloha zakrytia nechýba.

Oliverovi sa kartičku podarilo umiestniť na šachovnicu správne. Duch zmizol v truhlici a chlapci ju pre istotu obviazali lanom, nech sa už ani náhodou neotvorí. Nechali ju v jaskyni a unavený Jupiter sa pobral domov. Oliver ešte chvíľu ostal a videl, ako strašidlo úplne samo nastrašilo návštevníka jaskyne, ktorý práve prechádzal cez sálu s netopiermi. Po sále lietali farebné kocky, ktoré narážali na ľadové stalagnáty a sintropády a plašili netopiere. Tí svojim poletovaním a pískaním vytvorili strašidelnú ozvenu. Kocky si strašidlo pripravilo, kým chlapci skúmali chodbičky v jaskyni.

3. úloha: Každá kocka, ktorú strašidlo hodilo, mala steny ofarbené šiestimi rôznymi farbami (žltou, červenou, modrou, zelenou, hnedou a fialovou). Kocky boli rôzne a keby strašidlo vyrobilo čo len o jednu kocku viac, určite by už boli dve rovnaké (čiže také, ktoré sa vedľa seba dajú postaviť tak, že zodpovedajúce steny sú rovnakej farby). Teda strašidlo vyrobilo najväčší možný počet rôzne zafarbených kociek. Keď návštevník zistil, že farebné kocky na neho lietajú "odnikadiaľ", vybehol znepokojený z jaskyne. Strašidlo za ním vyletelo a ešte chvíľu ho naháňalo. Oliver sa zatiaľ rozhodol upratať a pozbierať všetky farebné kocky. Kedy si mohol byť istý, že ich už pozbieral naozaj všetky? **Zistite, koľko rôzne zafarbených kociek strašidlo vyrobilo. Zdôvodnite, že vami nájdený počet je naozaj správny a najväčší možný.**

Oliver a strašidlo sa rozhodli prvé samostatné strašenie osláviť zjednením nejakého dobrého koláča. Preto sa pobrali spoločne domov a potešilo ich, keď ich na stole čakala ešte teplá bábovka. Na ich prekvapenie ich okrem bábovky doma čakali aj Jupiter a Klára, s otázkou na perách. Jupiter veru hlúpy nebol a prišiel na to, že Oliver musí mať čudesného kamaráta. Oliver všetko priznal a strašidlo sa ukázalo aj zvyšným dvom deťom. Takto strašidlo získalo dvoch ďalších kamarátov a Oliverovi odľahlo, že nemusí svoje tajomstvo skrývať pred rodinou. A keďže boli štyria, oslávili prvé strašenie pekne spolu.



4. úloha: Deti sa rozhodli bábovku rozdeliť na štyri pekné kúsky. Pekný kúsok je taká časť bábovky, ktorá sa dá napísať pomocou zlomku, ktorý má v čitateli číslo 1 a v menovateli prirodzené číslo (napr. $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, ...). Keďže deti a strašidlo boli rôzne veľké, aj kúsky, na ktoré by bábovku nakrájali, majú byť rôzne veľké. Jupiterovi pôjde najväčší kúsok, Oliverovi druhý najväčší, Kláre tretí najväčší a strašidlu najmenší kúsok. Strašidlo navrhlo, nech bábovku pokrájajú na kúsky $1/2$, $1/3$, $1/12$ a $1/16$. No Klára ho upozornila, že takéto štyri kúsky nedávajú dokopy celú bábovku. Teda musia krájať inak. Potom Oliver navrhol, aby bábovku nakrájali na kúsky $1/2$, $1/3$, $1/12$ a $1/12$. Tieto štyri kúsky síce dávajú dokopy celú bábovku, ale pri takomto krájaní by sa Kláre a strašidlu ušiel rovnako veľký kúsok, čo tiež nie je dobre. Čo myslíte, vedia si deti a strašidlo rozdeliť celú bábovku na štyri rôzne pekné kúsky?

Nájdite všetky možné spôsoby, ako by si mohli deti a strašidlo nakrájať bábovku na rôzne pekné kúsky. Zdôvodnite, že ste naozaj našli všetky riešenia a žiadne vám nechýba.

Tešíme sa, že ste sa s Oliverom a strašidlom dopočítali až do konca. Ak si vezmete do batoha kocku, možno sa vám podarí stretnúť strašidlo na Bojnickom hrade, v ktorého blízkosti budeme mať 8. – 17. augusta tábor. Dúfame, že sa na tábore s vami stretáme! Nezabudnite, že nám nestačia iba výsledky jednotlivých úloh, ale hodnotíme najmä postup, ako ste sa k nim dostali.

Svoje odpovede nám pošlite najneskôr do **24. mája 2010**. Pošlite ich na adresu

gymn. Veľká okružná 22, Katka Jasenčáková, 010 01 Žilina

a nezabudnite priložiť **obálku veľkosti A5 s vašou adresou a 0,50 EUR (list do 100g) známkou!**

(Pozrite si pokyny!)

-----odstrihni a pošli s riešeniami-----

Napíš číslo úlohy,

ktorá sa ti najviac páčila :

ktorá sa ti najmenej páčila :

ktorá bola najťažšia :

ktorá bola najľahšia :