

SEZAMKO 2010/2011, Vzorové riešenia 1. série zimnej časti

Milí riešitelia,

prišlo nám množstvo správnych a zaujímavých riešení. Šiestich pátračov veľmi potešilo, že ste si na riešeniach dali záležať a potrebovali ste svoje matematické svaly. Netreba ich ale nechať dlho oddychovať. V druhej sérii na vás čaká šesť pátračov a spolu s nimi päť problémov, s ktorými sa budú aj s vašou pomocou snažiť popasovať. K tomu aby boli vaše riešenia ešte lepšie, vám pomôže prečítanie týchto vzorových riešení. Snažíme sa vám v nich napísať, ako sa dali úlohy riešiť, na čo ste nemali pri riešení zabudnúť a podobne...

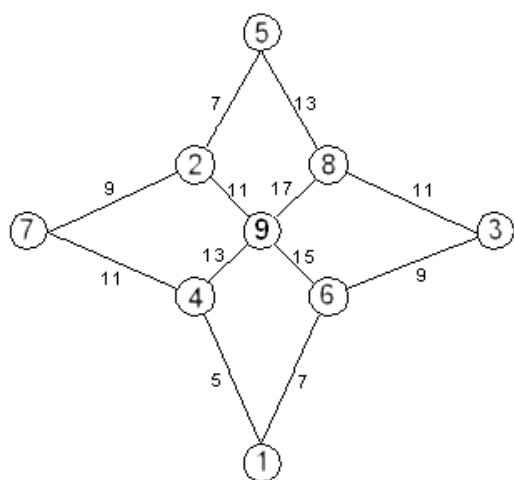
Ak sa vám bude dariť aj v druhej sérii, môžete sa tešiť na stretnutie najlepších riešiteľov, ktoré pre vás chystáme 27. novembra v Žiline. Už teraz sa na vás tešíme...

Napokon malá prosba – skúste si v poradi skontrolovať svoje údaje. Pokiaľ sú náhodou nesprávne, dajte nám o tom spolu s ďalšou sériou vedieť. Nezabudnite poriadne vyplňať hlavičky na riešeniach a posielat' nám aj obálky, aby opravené riešenia spolu s novými zadaniami dorazili na správnu adresu.

Veľa úspechov v druhej sérii vám želajú

Filip, Emil, Danko, Rasťo, Peťo, Olívia a organizátori.

Úloha 1 (opravovala Denisa Múthová)



Na začiatku je dobré si všimnúť aké čísla sú na čiarach, a sčítaním akých dvoch čísel od 1 do 9 ich vieme dostať. Napríklad 5 môže byť $4 + 1$ alebo $3 + 2$. To nám z vyplňaním zatiaľ moc nepomôže. Keď sa však zamyslíme nad tým, ako môžeme dostať **súčet 17**, tak pridáme na to, že je to možné iba **sčítaním čísel 8 + 9**. To sú totiž dve najväčšie čísla, čiže súčet inej dvojice bude určite menší (nemôžeme zabúdať na to, že každé číslo je v hlavolame práve raz). Tým pádom vieme, že **v prostrednom krúžku musí byť číslo 9 alebo číslo 8**. Teraz si už len stačí vyskúšať, čo sa pri každom z týchto prípadov stane. Ak doplníme do stredu číslo 9, tak postupne povypĺňame hlavolam tak ako vidíme na obrázku. Nemôžeme zabudnúť skontrolovať, či sedia úplne všetky súčty. Takto **dostávame správne vyplnený hlavolam**. Musíme však ešte skontrolovať, či sa hlavolam nedá vyplniť keď bude v strede číslo 8. Dajme si teda do stredu

osmičku. Potom v krúžku naľavo dole od prostredného bude číslo 5 (vtedy platí $8 + 5 = 13$). Ale vieme, že číslo v tomto krúžku, čiže 5, a číslo v najnižšom krúžku majú dávať súčet 5, ale to by znamenalo že **v najnižšom krúžku musí byť číslo 0**, čo ale nesedí, lebo v krúžkoch majú byť čísla od 1 do 9. Preto vyhovuje iba doplnenie hlavolamu ako na obrázku.

Úloha 2 (opravoval Jurko Solcani)

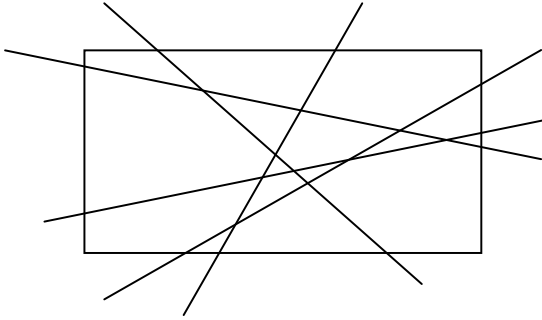
	1	2	3	4	5	6	
	11	7	6	5	3	2	
A	231	21	33	X	X	77	X
B	180	X	X	30	36	60	90
C	470	X	X	X	94	X	235
D	57	X	X	X	X	19	X
E	143	13	X	X	X	X	X
F	46	X	X	X	X	X	23

Vytvoríme si nasledovnú tabuľku. Do jej hlavičkového stĺpca zapíšeme sumy, ktoré vidno na lístku z predajne OKUY a do jej hlavičkového riadku zapíšeme počty kusov jednotlivých kúpených tovarov. Do ostatných políčok zapíšeme výsledok delenia celkovej sumy počtom tovarov (príslušný riadok príslušným stĺpcom) ak je toto delenie bez zvyšku. Ak je toto delenie so zvyškom, zapíšeme do príslušného políčka X. Napríklad [A, 4]; $231 : 5 = 46$ zvyšok 1, takže do políčka zapíšeme X. Niektoré riadky tabuľky obsahujú iba jedno číslo. Znamená to, že príslušná suma sa dá vydeliť bez zvyšku práve jedným počtom nejakého tovaru. Takisto niektoré

stĺpce tabuľky obsahujú iba jedno číslo. Znamená to, že príslušný počet nejakého tovaru delí bez zvyšku práve jednu sumu z lístka. Potom **z riadku D** napríklad **vyplýva, že 57 je deliteľné bez zvyšku iba číslom 3** (stĺpec 5), čo je počet políčok a teda **jedna polička stojí 19 EUR**. Napríklad **zo stĺpca 2 vyplýva, že 7** (počet hrnčekov) delí bez zvyšku iba sumu 231 (riadok A). Potom **jeden hrnček stojí 33 EUR**. Z troch takýchto riadkov a dvoch stĺpcov sme takto popriradňovali k správnym sumám 5 tovarov. Keď priradené počty a sumy z tabuľky vyškrtneme, vidíme, že jediná zostávajúca suma 470 (riadok C) môže byť deliteľná iba zostávajúcim počtom tovaru 5 (stĺpec 4), čo je počet obliečok. Z políčka [C, 4] dostávame, že jedna **obliečka stojí 94 EUR**. **Takýmto spôsobom sme sa dopracovali ku všetkým cenám za jeden kus tovarov: pohár (13 EUR), hrnček (33 EUR), tanier (30 EUR), obliečka (94 EUR), polička (19 EUR), lampa (23 EUR)**.

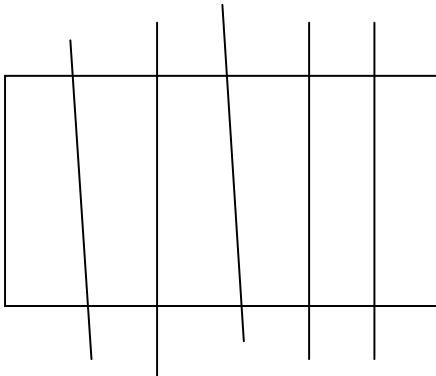
Úloha 3 (opravovala Kaťa Jasenčáková)

Máme zistiť na koľko najmenej a na koľko najviac častí vieme rozdeliť ihrisko. Poďme na to postupne.



Najviac častí: Ihrisko rozdelíme na najviac častí tak, že **každý lúč sa pretne so všetkými** ostatnými lúčmi, **no žiadne tri lúče sa nepretnú v jednom bode**. Ak sa v jednom bode pretne tri alebo viac lúčov, vznikne nám menej častí (napríklad pri troch lúčoch bude namiesto 7 častí iba 6). Prvý lúč rozdelí ihrisko na dve časti. Druhý môže pretnúť prvý lúč len v jednom bode, a tak pribudnú ďalšie 2 časti. Tretí lúč pretne 2 lúče v dvoch bodoch (každý lúč v jednom) a vytvorí ďalšie 3 časti. Z toho vidíme, že každý **nový lúč pretne** predošlé **lúče v toľkých bodoch, koľko je** týchto

predošlých **lúčov, a počet častí, ktoré vytvorí, je o 1 väčší ako počet bodov, ktoré vznikli**. Takže pri štvrtom lúči vyniknú 4 nové časti a pri piatom 5. **Spolu je to: $2 + 2 + 3 + 4 + 5 = 16$** . Po chvíli skúšania sa nám podarí lúče umiestniť tak, aby naozaj vzniklo 16 častí (napríklad tak, ako na obrázku).



Najmenej častí: V tomto prípade sa dalo zadanie pochopiť viacerými spôsobmi. Niektorí z vás brali za správne lúče aj také čo išli po obvode ihriska, iní len také čo začali na obvode, skončili na obvode, ale cez ihrisko išli vnútrum, nie cez obvod. Nebolo totiž jasné, či sa za ihrisko ráta aj jeho obvod alebo nie. **V prvom prípade** idú 4 lúče po obvode, čiže každý po jednej zo 4 strán, ale piaty už musí ísť vnútrajškom ihriska (lúče nemôžu splývať), čiže **vzniknú dve časti**. Čo sa stane **v druhom prípade** vidíme na obrázku. Každý nový lúč musí vytvoriť aspoň jednu novú časť, takže k 1 časti ktorá tam bola už na začiatku pribudne ešte 5 ďalších. **Dostaneme teda 6 častí**.

Úloha 4 (opravovala Kika Kovalčíková)

Poďme sa najpr pozrieť na **zdravé deti**. Všetky **potravin**y, ktoré jedli, museli byť v poriadku.

Danka: Keksík, Čučoriedky, Maliny **Olívia:** Keksík, Rezeň, Maliny **Rastó:** Rezeň, Čučoriedky, Maliny
Teda **Keksík, Čučoriedky, Maliny a Rezeň** sú určite dobré. Teraz sa pozrime na deti, ktoré ochoreli.

Hrubým písmom označíme dobré potraviny:

Peťo: **Keksík, Chlieb, Čučoriedky** Filip: Chlieb, **Rezeň, Čučoriedky**
Emil: **Maliny, Čučoriedky, Chlieb**

Jediná potravin, ktorá zostala nevyznačená a jedli ju všetci traja chorí chlapci, je chlieb. Takže **chlieb bol tým pokazeným jedlom**.

Úloha 5 (opravovala Soňa Galovičová)

Pekný spôsob, ktorý mnohí z vás využili na vyriešenie tejto úlohy, bolo počítanie odzadu – to znamená začať posledným krokom a nejako sa dopracovať na začiatok.

Zo zadania vieme, že **na konci bolo na každej veži 16 kociek**. Posledný krok spravila Oľa – zobrala z tretej veže toľko kociek, koľko bolo na prvej a potom ich na ňu preložila. **Na prvej veži je teraz teda dvakrát toľko kociek, ako bolo predtým**. Keďže vieme, že teraz ich je 16, predelením dvomi vieme zistiť, koľko kociek Oľa preložila: $16 : 2 = 8$ **Oľa teda zobrala z tretej veže 8 kociek a dala ich na prvú**. Predtým teda bolo na prvej $16 - 8 = 8$ a na tretej $16 + 8 = 24$ kociek. Druhá veža zostala nezmenená, čiže na nej je 16 kociek.

Posunieme sa zase o krok späť. Danka odobrala z druhej veže toľko, koľko ich bolo na tretej a pridala ich na ňu. Keďže teraz je na tretej 24 kociek, pred Dankiným ťahom ich musela byť len polovica – čo je $24 : 2 = 12$. **Danka teda preložila 12 kociek z druhej na tretiu vežu**. Predtým teda bolo na tretej $24 - 12 = 12$ a na druhej $16 + 12 = 28$ kociek. Prvá zostala nezmenená, čiže 8 kociek.

Ešte nám zostáva úplne prvý krok. Rastó zobral z prvej veže toľko kociek, koľko ich bolo na druhej a preložil ich tam. Ak je po tomto kroku na druhej 28 kociek, predtým tu musela byť práve polovica, čiže $28 : 2 = 14$. **Rastó teda zobral z prvej veže 14 kociek** – to znamená, že tam bolo $8 + 14 = 22$ kociek – a **pridal ich na druhú**, kde teda predtým bolo $28 - 14 = 14$ kociek.

Týmto sme sa už dostali na úplný začiatok. Zistili sme, že na prvej veži bolo 22 kociek, na druhej 14 a na tretej 12.