

Milí riešitelia,

doma ste si už určite našli nové dobrodružstvá Molly a Willyho, ktoré vám prinášame z Divokého západu aj v letnej časti. Netreba však zabudnúť na poslednú sériu zimnej časti. Ak ste sa celý polrok snažili a pomáhali našim hrdinom riešiť ich problémy, v obálke vás čaká aj pozvánka na zimné sústreďenie SEZAMu. Uskutoční sa od 19. do 22. marca v Pružine neďaleko Púchova. Môžete sa tešiť na kopec hier, športov, matematiky, nových kamarátov a mnoho iného.

Takisto sa tešíme aj na vaše riešenia úloh letnej časti. Aby ste ich čo najlepšie zvládli, prečítajte si aj tieto vzorové riešenia. . .

Nezabudnite, že všetko o SEZAMe nájdete aj na www.sezam.sk.

Za organizátorov vám veľa úspechov praje Michal Prusák.



1. príklad

(opravovala Lenka Trojaková)

Podme sa pozrieť čo sa stane, keď kobyľu dáme povedzme na 34. pozíciu. V prvom vyradovacom kole pôjdu z figúrok s číslami od 1 do 34 preč všetky s nepárnym číslom, čiže naša kobyľa prežije. Na akú pozíciu sa dostane? Z prvých 34 figúrok ich išla polovica preč. Z tých 17, čo nám ešte ostali, je naša kobyľa posledná. Preto bude mať číslo 17, čiže bude vyradená v ďalšom kole.

Na základe pokusu s kobyľou s číslom 34 sme zistili, že ak je figúrka na nepárnej pozícii, bude hneď vyradená. Ak je na párnej pozícii, číslo jej pozície sa po vyradení zmenší na polovicu (toto samozrejme neplatí, ak nám ostane už iba jediná figúrka). Teraz už vieme zistiť z počiatočnej pozície figúrky počet kôl, ktoré táto figúrka prežije. Napríklad figúrka na pozícii 72 sa postupne bude nachádzať na pozíciách s číslami 36, 18, 9, bude preto vyradená v štvrtom vyradovacom kole.

Vidno, že figúrka prežije dlho, ak sa jej počiatočná pozícia dá veľakrát vydeliť dvomi. Dobré sú napríklad čísla 64 či 128. Najlepšie vyzerá číslo 512, dá sa vydeliť dvomi deväťkrát. A každé číslo, ktoré sa dá vydeliť dvomi deväťkrát, musí byť násobkom čísla 512. Takéto číslo je medzi číslami 1 až 1000 iba jedno. Ak figúrka začne na inej pozícii ako 512, najneskôr po ôsmich kolách sa dostane na pozíciu s nepárnym číslom a bude vyradená. Pritom figúrka s číslom 512 je po deviatich kolách ešte stále v hre, a to na pozícii s číslom 1. **Našu kobyľu treba postaviť na pozíciu s číslom 512.**



2. príklad

(opravoval Didi Hudec)

	7	2	
1			8
	7	2	

Prvý skok musí byť na jedno z políčok označených číslom 2. Všetky ostatné totiž susedia s jednotkou a na osmičku sa chceme dostať až posledným skokom. Posledný skok musí ísť z políčka 7, takže ak sme už boli na oboch a ešte nemáme skočiť na 8, tak je to zle (označíme hrubým okrajom). Keďže nákras parkúru je rovnaký aj keď ho otočíme hore nohami, tak je jedno, ktoré z tých dvoch políčok vyberieme. Na nasledovných obrázkoch sú znázornené všetky možné pokračovania z políčka 2. Ak je niektoré políčko hrubou čiarou, skok z neho znamená porušenie pravidiel.

	4	2	
1			8
	3		

	6	2	
	4		
1			8
	3	5	

	6	2	
	4		
1			8
	5	3	

	4	2	
1			8
	5	3	

	4	2	
1			8
	5		
		3	

	4	2	
	6		
1			8
	3		
	7	5	

Na poslednom obrázku sme parkúr preskákali celý, k tomuto riešeniu existuje ešte jedno zrkadlové:

	7	5	
	3		
1			8
	4	2	



3. príklad

(opravoval Maťo Bachratý)

Najskôr si ujasníme, aký trojuholník vlastne hľadáme. Má byť ostrouhý, takže všetky jeho uhly sú menšie ako 90 stupňov. Nemá byť skoropravouhý, takže žiadny z jeho uhlov sa nemôže od pravého líšiť o 15 stupňov alebo menej. Inak povedané, musia sa od neho líšiť o viac ako 15°, takže každý uhol musí byť buď väčší ako 105° stupňov alebo menší ako 75°. Keďže všetky uhly majú byť ostré, tak žiadny nemôže byť väčší ako 105°, tým pádom budú všetky menšie ako 75 stupňov.

Trojuholník navyše nemá byť ani skororovnoramenný, rozdiel hociktorých dvoch uhlov nesmie byť 15 stupňov alebo menej, musí byť väčší ako 15°. Povedzme si, že trojuholník, ktorý hľadáme, existuje. Jeho najväčší uhol si označíme a , druhý najväčší b a najmenší c . To, že sa žiadne dva uhly nerovnajú, je jasné z toho, že rozdiel medzi hociktorými dvoma je viac ako 15 stupňov. Vieme, že všetky uhly sú menšie ako 75 stupňov, takže aj a je menší ako 75 stupňov.

Uhol b sa od a musí líšiť o viac ako 15°. Keďže je b menší, tak od a musí byť o viac ako 15° menší, bude mať určite menej ako $75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$. Podobne c je od b menší o viac ako 15°, bude preto menší ako $60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$. Z toho vieme, že a je

menší ako 75° , b je menší ako 60° a c je menší ako 45° . Potom bude súčet a , b a c určite menší ako $75^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ$. Ale v trojuholníku musí byť súčet uhlov presne 180 stupňov, nemôže to byť menej. **Preto taký trojuholník, ktorý by spĺňal podmienky zo zadania neexistuje, takže Willy by si mal iba pretrieť oči.**



4. príklad

(opravoval Tomáš Rizman)

1	1	1	A(1)
4		5	B(5)
			C(3)
D(4)	E(2)	F(5)	

Riadky Puebla si označíme písmenami A, B, C; stĺpce písmenami D, E, F. Keďže z pohľadu na prvý riadok videla Molly najvyššiu vežu vysokú jednu miestnosť, tak v celom riadku musí byť len po jednej miestnosti. Veža vysoká 5 miestností môže byť len v riadku B a stĺpci F, lebo inde by to nesedelo s maximálnou výškou veží v ostatných riadkoch a stĺpcoch. Z rovnakého dôvodu veža vysoká 4 miestnosti môže byť len v riadku B a stĺpci D.

Ostatné polia nie sú jednoznačné, je tam viac možností. Určite však musí byť aspoň jedna trojka v riadku C a aspoň jedna dvojka v stĺpci E. Počet miestností v Pueble má byť 20.

Náš súčet je zatiaľ $5 + 4 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 = 17$, zostali nám tri miestnosti na zvyšné dve políčka, čo sa dá iba jedným spôsobom, a to vežami vysokými 1 a 2 miestnosti. Do štyroch zvyšných políčok máme doplniť štyri veže vysoké 3, 2, 2, 1. Keď to urobíme tak, aby veža vysoká 3 miestnosti nebola v riadku B, a vždy v stĺpci E bola aspoň jedna veža vysoká 2 miestnosti, tak **dostaneme týchto šesť správnych riešení:**

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	2	5	4	2	5	4	1	5	4	1	5	4	2	5	4	2	5
3	1	2	2	1	3	3	2	2	2	2	3	3	2	1	1	2	3

Výsledky ankety o úlohách 3. série:

úloha č.	1	2	3	4
najviac sa páčila	5	2	1	10
najmenej sa páčila	2	3	11	2
najťažšia bola	3	2	9	4
najľahšia bola	2	7	2	7