

## SEZAM, školský rok 2008/09, vzorové riešenia 1. letnej série

Milé deti,

ale ten čas letí, slniečko nám vonku svieti. Už nám asi ide jar, keď už nie je február. A taká jar je super, nie? Príde jarná únava a upratovanie. . . Ale už vážne, sme radi, že ste sa popasovali s riešením prvej letnej série SEZAMu. Čakajú na vás nové príhody Molly a Willyho čerstvo dovezené priamo z Divokého západu. Ešte predtým, než sa do nich pustíte, prečítajte si tieto vzorové riešenia. Dozviete sa, ako nezopakovať chyby, ktoré ste možno urobili, a ak ste aj žiadnu chybu neurobili, možno sa dozviete nejaké nové spôsoby riešenia úloh. Aj keď vám možno prvá séria nevyšla podľa vašich predstáv, určite sa oplatí pokračovať. Za každý príklad, ktorý sa pokúsite vyriešiť, vám narastú nové matematické bunky.

Ak máte kamarátov alebo spolužiakov, ktorí by tiež radi riešili SEZAM, skúste im požičať zadania druhej série. Zčať sa dá aj od druhej série a ak budú šikovní, aj s dvomi dobre zrátanými sériami sa im môže podariť dostať sa na letný tábor. Ďalej vás prosíme, aby ste si v poradí skontrolovali svoje údaje, ak sú niektoré zlé, dajte nám vedieť a opravíme ich.

Nezabudnite, že všetko o SEZAMe nájdete aj na [www.sezam.sk](http://www.sezam.sk).

Za organizátorov vám žiadnu jarnú únava a málo jarného upratovania praje Michal Prusák.



### 1. príklad

(opravoval Ondro Mikuláš)

Táto úloha patrila medzi jednoduchšie. Stačilo si poriadne prečítať zadanie a ostatné už išlo samo. Poďme o vlaku zistiť nejaké základné informácie. Hmotnosť celého vlaku s uhlím, cestujúcimi a batožinou bola 42 ton. Jedna sedmina hmotnosti pripadá na cestujúcich a batožinu. Teda batožina spolu s cestujúcimi váži 6 ton. Ďalej jedna tretina hmotnosti vlaku bolo uhlie, ktoré na začiatku cesty vážilo  $42/3 = 14$  ton. Samotný vlak preto váži  $42 - 6 - 14 = 22$  ton.

Pri stretnutí s bizónmi cestujúci s batožinou tvorili jednu pätinu hmotnosti vlaku. Takže celý vlak s batožinou, cestujúcimi a uhlím vážil už len  $6 \cdot 5 = 30$  ton. Tento úbytok hmotnosti vlaku spôsobilo uhlie, ktoré sa doteraz spotrebovalo. Vlak preto spálil od výjazdu zo Santa Fe do stretnutia s bizónmi  $42 - 30 = 12$  ton uhlia. V zásobníku ho zostali ešte dve tony.

Teraz sa už dá jednoducho určiť vzdialenosť, ktorú prešiel vlak po stretnutí s bizónmi. Vieme, že 14 ton uhlia akurát vystačí na 350 míľ cesty. Vlak má preto spotrebu jednu tonu uhlia na  $350/14 = 25$  míľ. Stačí už len vynásobiť množstvo uhlia, ktoré vlak minul do stretnutia s bizónmi, počtom míľ, ktoré prejde na jednu tonu uhlia. Dostaneme  $12 \cdot 25 = 300$  míľ.

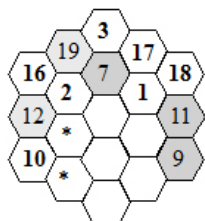
**Vlak prešiel zo Santa Fe po stretnutí so stádom bizónov 300 míľ.**



### 2. príklad

(opravovala Ajka Bachratá)

Našou úlohou je rozmiestniť do ohrád 1, 2, 3, . . . , 17, 18 a 19 koní tak, aby bol každý počet použitý práve raz a aby bol súčet čísel (počet koní) v jednotlivých radoch rovnaký. Skúsme najprv určiť tento súčet. To sa dá veľmi ľahko, pretože máme jeden rad, v ktorom sú zaplnené všetky stajne. Je to rad s číslami 3, 17 a 18, súčet koní v jednom rade preto bude  $3 + 17 + 18 = 38$  koní.

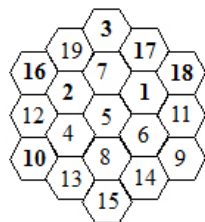


Teraz poďme doplniť nejaké ďalšie kone do prázdnych stajní. Máme dva rady (jeden s číslami 10 a 16, druhý s číslami 16 a 3), v ktorých nám treba určiť už len jednu stajňu. Tú musíme doplniť na súčet 38, takže medzi 16 a 3 dopíšeme  $38 - (16 + 3) = 19$  koní, medzi 16 a 10 dopíšeme  $38 - (16 + 10) = 12$  koní. Na obrázku sú tieto stajne vyznačené svetlosivou farbou.

Po doplnení týchto dvoch stajní nám opäť vznikol rad, v ktorom treba dopísať počet koní len v jednej stajni, a to rad s číslami 12, 2 a 17. Zase musí byť súčet čísel v celom rade 38, do prázdnej stajne musíme dopísať  $38 - (12 + 2 + 17) = 7$  koní. Teraz nám chýba len jedna stajňa v rade s číslami 19, 7 a 1. K nim do súčtu 38 dosadíme 11 koní. To isté urobíme s radom s číslami 18 a 11, tam do 38 doplníme 9 koní. Na

obrázku sú tieto stajne vyznačené tmavosivou farbou.

Ostal nám nevyplnený malý šesťuholník v strede dole. Už nemôžeme doplniť žiadnu stajňu s istotou, pretože v každom rade nám aspoň dve chýbajú. Aby sme vedeli lepšie dopĺňať, vypíšme si, ktoré počty koňov sme ešte nepoužili. Sú to 4, 5, 6, 8, 13, 14 a 15. Vyberme si niektorý rad, ktorý skúsime doplniť. Napríklad ten zvislý, v ktorom sú zatiaľ čísla 19 a 2, a chýbajú v ňom dve čísla. Samozrejme, dal by sa vybrať aj iný a rozmýšľať podobne, ale je dobré vybrať si rad v ktorom chýbajú len dve stajne. Chýbajúce čísla si označme hviezdíčkami.



Aby bol súčet tohto radu 38, potrebujeme do dvoch prázdnych stajní (na miesta hviezdíčiek) pridať  $38 - (19 + 2) = 17$  koní. Keď sa pozrieme na čísla, ktoré ešte môžeme dopĺňať, zistíme, že 17 koní vieme dať do dvoch stajní len ako 13 koní do jednej a 4 do druhej. Inak by sa nejaký počet musel opakovať. Ešte si ale musíme vybrať, či dáme 13 koní do hornej a 4 do dolnej stajne alebo naopak. Keby sme dali 13 koní do hornej, tak by boli v jednom rade spolu čísla 10, 13, 1, 18 a ešte jedno, ktoré zatiaľ nepoznáme. Ich súčet je však aj bez toho jedného 42, čo je viac ako 38. Takže 13 koní nemôže byť v hornej (hviezdíčkovej) stajni. Preto tam budú iba 4 kone, do dolnej nám potom ostalo 13 koní.

Opäť nám vznikli rady, v ktorých je prázdna len jedna stajňa. Tie už vieme ľahko dopĺňať (takým postupom ako predtým) zvyšnými číslami 5, 6, 8, 14 a 15. Výsledok je na druhom obrázku, ešte treba overiť, či sú naozaj všetky súčty čísel v radoch rovné 38. S potešením zistíme, že sú, takže máme výsledok. **Iné riešenie nemôže existovať**, pretože sme ani raz v riešení nemali šancu vybrať si z dvoch rôznych možností doplnenia koní. Vždy sme dopisovali kone na miesta, kde sme museli. Takže naše riešenie je naozaj jediné.



### 3. príklad

(opravoval Maťo Bachratý)

Na začiatku je potrebné zobrať psa, lebo ak by sme ho nechali na brehu, určite by ostal s nejakým darom bez dozoru, čo podľa zadania nemôžeme dopustiť. Ešte nám na lodke ostáva jedno miesto, preto už určite nemôžeme zobrať obe teliatka, čiže aspoň jedno ostane na prvom brehu. Tým pádom, kvôli tomuto teliatku, nemôžeme na prvom brehu nechať kanvu s mliekom, zoberieme ju teda so sebou:

<b>Ľavý breh</b>	<b>Lodka</b>	<b>Pravý breh</b>
dve teliatka, mäso	$\overrightarrow{\text{pes, kanva}}$	

Na druhom brehu určite nemôžeme vyložiť oba dary, lebo po Willyho odchode by ostali bez dozoru a pes by vypil mlieko. Preto musíme jeden dar vyložiť (ak by sme nevyložili ani jeden, bola by naša plavba zbytočná). K riešeniu vedie aj vyloženie psa, aj vyloženie kanvy. Nám však stačí nájsť hocikaký spôsob, ako dostať dary na druhú stranu, preto nemusíme rozoberať obe možnosti. Povedzme, že vyložíme kanvu a so psom sa vrátíme späť:

dve teliatka, mäso	$\overleftarrow{\text{pes}}$	kanva
--------------------	------------------------------	-------

Psa musíme z rovnakého dôvodu ako pri prvej plavbe zobrať zasa so sebou. Ak by sme so psom zobrali jedno z teliatok, tak by sme na druhej strane buď toto teliatko vyložili a späť zobrali psa s kanvou. Alebo by sme vyložili psa a späť zobrali teliatko s kanvou. Posledná možnosť by bola nič nevykladať a vrátiť sa späť. Vo všetkých troch prípadoch by bola táto plavba skoro zbytočná, lebo počet darov na druhom brehu by sa nezvýšil. Zoberieme teda psa a mäso. Na druhej strane vyložíme mäso a vrátíme sa so psom späť.

dve teliatka	$\overrightarrow{\text{pes, mäso}}$	kanva
dve teliatka	$\overleftarrow{\text{pes}}$	kanva, mäso

Teraz sú už na prvom brehu len tri dary – pes a dve teliatka, takže môžeme zobrať obe teliatka a nechať psa na brehu. Bude síce bez dozoru, ale nebude s ním žiaden dar, čo by mohol zjesť. Na druhom brehu vyložíme teliatka a späť zoberieme kanvu s mliekom, inak by teliatka mlieko vypili. Nakoniec už len na prvom brehu naberieme psa a aj s kanvou ho zoberieme na druhý breh, kde už budú aj zvyšné dary.

pes	$\overrightarrow{\text{dve teliatka}}$	kanva, mäso
pes	$\overleftarrow{\text{kanva}}$	dve teliatka, mäso
	$\overrightarrow{\text{pes, kanva}}$	dve teliatka, mäso

**Hotovo, previezli sme všetkých päť darov.**



### 4. príklad

(opravoval Hynek Bachratý)

Príklad ste vyriešili veľmi dobre a dlho to vyzeralo, že skoro všetci dostanete po 5 bodov. Nakoniec sa ale ukázalo, že len niektorí ho vyriešili úplne správne, a to bolo treba oceniť. Preto bolo nakoniec bodovanie prísnejšie.

**Jedno presné riešenie** vychádzalo z toho, aká je pravdivosť vyslovených tvrdení. Ak je prvá veta „Som Mandy“ pravdivá, povedal ju Mandy. Potom druhý náčelník musí byť Tjuzdy, a keďže povedal „Som Tjuzdy“, tiež hovoril pravdu. **Toto sa mohlo stať len v nedeľu**, keď obaja hovoria pravdu a každý náčelník bol naozaj ten, za ktorého sa prehlásil. Druhá možnosť je, že prvá veta „Som Mandy“ je nepravdivá. Keďže ju povedal jeden z náčelníkov, musel to byť Tjuzdy. Druhý náčelník bol preto Mandy, a pretože povedal „Som Tjuzdy“, klamal aj on. Ale neexistuje taký deň, kedy obaja náčelníci klamú súčasne, preto táto možnosť nevedie k riešeniu.

**Druhé riešenie** vychádzalo z preberania jednotlivých dní. Tu ste mnohí urobili jednu nepresnosť, za ktorú som strhával časť bodov. Pozrime si najskôr správne riešenie. Mohli náčelníci povedať svoje dve vety v pondelok? Vetu „Som Tjuzdy“ mohol v pondelok povedať Tjuzdy, lebo by povedal pravdu a to v pondelok môže. Takisto ju mohol povedať Mandy, lebo by klamal, čo tiež vyhovuje zadaniu. S touto vetou teda problém nie je. **A čo veta „Som Mandy“?** Ak by ju v pondelok povedal Mandy, povedal by pravdu, čo ale v pondelok nesmie. Ak by ju povedal Tjuzdy, tak by zase v pondelok klamal, čo je tiež zakázané. Žiadny z náčelníkov teda v pondelok túto vetu nemohol povedať, a preto **nemôže byť pondelok**. Podobným spôsobom vylúčime aj ďalšie dni od utorok po sobotu. V nedeľu je ale možné, aby prvú vetu povedal Mandy a druhú Tjuzdy, a keďže je to jediná možnosť, je to zároveň aj riešenie.

A teraz **nie presné, ale veľmi časté riešenie**: „V pondelok Mandy klame, preto povie že je Tjuzdy, a Tjuzdy hovorí pravdu, preto povie to isté meno. Ale keďže nepovedali to isté meno, nie je pondelok“. Ale to, čo náčelníci povedali v pondelok nevieme (už vieme, že naša príhoda sa určite stala v nedeľu). Mohli obaja povedať, že sú Tjuzdy. Ale tiež mohol jeden povedať, že  $1 + 1 = 2$ , a druhý, že  $1 + 1 = 3$ . Alebo „Dnes je pondelok“ a „Dnes je utorok“. A možno celý deň mlčali. To, že v pondelok nepovedali to, čo mohli povedať ešte neznamená, že nie je pondelok. Ja ako pravdovravný môžem v nedeľu povedať: „Dnes je nedeľa“. Ale keď som túto vetu minulú nedeľu nepovedal, neznamená to, že nedeľa nebola!

Bolo treba dokázať, že to, **čo sa naozaj stalo** (vety „Som Mandy“ a „Som Tjuzdy“) **sa v pondelok nemohlo stať**. Pondelok nebol nie preto, že nepovedali rovnaké vety, ale preto, že nemal kto povedať „Som Mandy“.

Výsledky ankety o úlohách 1. série:

úloha č.	1	2	3	4
najviac sa páčila				
najmenej sa páčila				
najťažšia bola				
najľahšia bola				